

# 线性唯象律下太阳能制冷系统 集热器工作温度的优化分析

陈金灿 严子浣

(厦门大学 物理系)

**内容提要:**应用太阳能集热器的线性热损失模型和内可逆三热源制冷循环在线性唯象律下的基本优化关系,导出太阳能制冷系统集热器的最佳工作温度,所得结果对实际系统的优化设计有一定的指导意义。

**主题词:**太阳能制冷、集热器、有限时间热力学、最佳设计。

对于太阳能热机系统,不能应用卡诺热机最大功率输出时的效率来计算太阳能集热器的最佳工作温度。同理,对于太阳能制冷系统,也不能应用二热源制冷循环最大制冷率时的制冷系数来计算太阳能集热器的最佳工作温度。因此,有必要应用有限时间热力学理论对太阳能制冷系统作新的研究,以便正确地确定太阳能集热器的最佳工作温度。

## 一、系统的总性能系数

太阳能制冷系统通常由太阳能集热器和以集热器为高温热源的三热源制冷循环(如吸收式制冷循环等)组成,系统的总性能系数 $\epsilon_s$ 等于太阳能集热器的效率 $\eta_s$ 与三热源制冷循环的制冷系数 $\epsilon$ 之积,即

$$\epsilon_s = \eta_s \epsilon \quad (1)$$

其中 $\eta_s$ 和 $\epsilon$ 都与太阳能集热器的热损失模型有关。

因此,应用有限时间热力学理论分析太阳能制冷系统集热器的最佳工作温度时,首先要确定太阳能集热器的热损失模型和给出所设模型下 $\eta_s$ 和 $\epsilon$ 的正确表式。当太阳能集热器的工作温度 $T_h$ 较低时,对流与传导损失是主要的,辐射损失可忽略,热损失可表示为

$$q_1 = K_1 A_{ab_s} (T_h - T_0) \quad (2)$$

式中 $T_0$ 为环境温度, $K_1$ 为对流与传导损失系数, $A_{ab_s}$ 为集热器的吸收面积。根据式(2),若设太阳能集热器的开口面积为 $A_a$ ,太阳能入射流为 $I_0$ ,光学效率为 $\eta_0$ ,则集热器输给制冷系统的有用能流 $q_u$ 可表为

$$q_u = \eta_0 I_0 A_a - q_1 = \eta_0 I_0 A_a - K_1 A_{ab_s} (T_h - T_0) \quad (3)$$

而由式(2)和(3),可得集热器的效率

$$\eta_s = q_u / (I_0 A_a) = \eta_0 (1 + M - MT_h / T_0) \quad (4)$$

式中 $M = K_1 T_0 A_{ab_s} / (\eta_0 I_0 A_a)$ 。另一方面,制冷系数 $\epsilon$ 一般也与 $q_u$ 有关,这是很值得注意的。根据有限时间热力学理论,工作于高温热源温度 $T_h$ 、制冷空间温度 $T_c$ 和环境温度 $T_0$ 之间

受热阻影响的三热源制冷循环, 存在最佳制冷系数 $\varepsilon$ 与给定供热率 $q_u$ 间的关系。当工质与热源间的热传递遵从线性唯象律时, 在给定的供热率 $q_u$ 下三热源制冷循环的最佳制冷系数 $\varepsilon$ 可表为

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{\frac{4KB}{q_u} \left( \frac{1}{T_c} - \frac{1}{T_0} \right) + \left[ \frac{K}{q_u} \left( \frac{1}{T_c} - \frac{1}{T_0} \right) \right]^2 + \frac{4K}{q_u} \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_h} \right)} - \left[ 2B + \frac{K}{q_u} \left( \frac{1}{T_c} - \frac{1}{T_0} \right) \right] \right\} \quad (5)$$

式中 $K = \beta\gamma / (\sqrt{\beta} + \sqrt{\gamma})^2$ ,  $B = \sqrt{\beta/\alpha} (\sqrt{\alpha} + \sqrt{\gamma}) / (\sqrt{\beta} + \sqrt{\gamma})$ , 而 $\alpha$ 、 $\beta$ 和 $\gamma$ 分别为工质与 $T_h$ 、 $T_c$ 和 $T_0$ 热源之间的热传递系数。

将式(4)和(5)代入式(1), 可得太阳能制冷系统的总性能系数

$$\begin{aligned} \varepsilon_s = \frac{\eta_0}{2} \left\{ 4BC \left( \frac{1}{T_c} - \frac{1}{T_0} \right) \left( 1 + M - M \frac{T_h}{T_0} \right) + \left[ C \left( \frac{1}{T_c} - \frac{1}{T_0} \right) \right]^2 \right. \\ \left. + 4C \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_h} \right) \left( 1 + M - M \frac{T_h}{T_0} \right) \right\}^{0.5} \\ - \frac{\eta_0}{2} \left[ 2B \left( 1 + M - M T_h / T_0 \right) + C \left( \frac{1}{T_c} - \frac{1}{T_0} \right) \right] \end{aligned} \quad (6)$$

式中 $C = K / (\eta_0 I_0 A_s)$ 。

## 二、三热源制冷循环最大制冷率时制冷系数的讨论

根据有限时间热力学理论, 在线性唯象传热律下, 三热源制冷循环在最大制冷率时, 制冷系数为

$$\varepsilon_m = \frac{T_c (T_h - T_0)}{2 T_h (T_0 - T_c) + T_0 (T_h - T_0) / B} \quad (7)$$

而这时的供热率为

$$q_u = \frac{K}{4} \frac{[2 T_h (T_0 - T_c) + T_0 (T_h - T_0) / B] (T_h - T_0)}{[B T_h (T_0 - T_c) + T_0 (T_h - T_0)] B T_h T_0} \quad (8)$$

但当太阳能制冷系统中的三热源制冷循环的制冷系数满足式(7)时,  $q_u$ 仍然要由式(3)确定。因而这时 $q_u$ 要同时满足式(3)和(8)。这样, 在给定的 $\eta_0$ 、 $I_0$ 、 $A_s$ 、 $M$ 、 $K$ 、 $B$ 、 $T_0$ 和 $T_c$ 下,  $T_h$ 是完全确定的量。可见, 不能应用式(7)来求出太阳能制冷系统集热器的最佳工作温度。此外, 应用牛顿传热律下三热源制冷循环最大制冷率时的制冷系数来计算太阳能制冷系统集热器的最佳工作温度, 也同样是错误的。

还值得指出, 当太阳能制冷系统中的三热源制冷循环的制冷系数满足式(7)时, 太阳能制冷系统的总性能系数并未达到最大值 $\varepsilon_{s, \max}$ 。又由于太阳能制冷系统的制冷率

$$r = I_0 A_s \varepsilon_s \quad (9)$$

故在给定的 $I_0 A_s$ 下,  $\varepsilon_s$ 不是最大值时制冷率 $r$ 也未达到最大值。可见, 当太阳能制冷系统中的三热源制冷循环工作在式(7)所表示的制冷系数时, 系统并非处于最佳工作状态。而要寻求太阳能制冷系统的最佳工作状态, 确定其集热器的最佳工作温度, 应注意到集热器输出的有用能流 $q_u$ 由式(3)确定, 因而这时系统中三热源制冷循环的制冷系数 $\varepsilon$ 应由式(5)确

定。这是很值得注意的。

### 三、集热器的最佳工作温度

应用式(6)和极值条件 $d\varepsilon_s/dT_h=0$ , 可得当太阳能制冷系统的总性能系数达最大值时, 集热器的最佳工作温度由方程

$$\left[ \frac{T_0}{T_{h,opt}^2} \left( 1 + \frac{1}{M} \right) - \frac{1}{T_0} \right] \left[ \frac{T_0}{T_{h,opt}^2} \left( 1 + \frac{1}{M} \right) + \frac{2B-1}{T_0} - \frac{2B}{T_0} \right] - \frac{4B^2}{C} \left( 1 + M - M \frac{T_{h,opt}}{T_0} \right) \left( \frac{1-B}{T_0} + \frac{B}{T_0} - \frac{1}{T_{h,opt}} \right) = 0 \quad (10)$$

确定。

当 $\alpha=\beta=\gamma$ 时,  $B=1$ , 式(10)可写成

$$\left[ \frac{T_0}{T_{h,opt}^2} \left( 1 + \frac{1}{M} \right) - \frac{1}{T_0} \right] \left[ \frac{T_0}{T_{h,opt}^2} \left( 1 + \frac{1}{M} \right) + \frac{1}{T_0} - \frac{2}{T_0} \right] - \frac{4}{C_1} \left( 1 + M - M \frac{T_{h,opt}}{T_0} \right) \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_{h,opt}} \right) = 0 \quad (11)$$

式中 $C_1 = \alpha / (4\eta_0 I_0 A_s)$ 。

当 $\alpha=\beta=\gamma \rightarrow \infty$ , 即制冷机中工质与热源间的热阻影响可忽略时, 由式(10)可得集热器的最佳工作温度

$$T_{h,opt} = T_0 \sqrt{1 + 1/M} \quad (12)$$

这正是经典热力学理论的结果。式(12)表明, 当应用经典热力学理论来计算太阳能制冷系统集热器的最佳工作温度时, 其结果与太阳能热机集热器的最佳工作温度一样。这不难理解, 因为这时太阳能制冷系统可视为由一台太阳能热机驱动一台可逆卡诺制冷机组成, 而可逆卡诺制冷机的制冷系数与集热器的工作温度 $T_h$ 无关, 因而集热器的最佳工作温度就是太阳能热机集热器的最佳工作温度。

当 $\alpha=\beta=\gamma \rightarrow 0$ 时, 由式(10)可得集热器的最佳工作温度

$$T_{h,opt} = T_0 (1 + 1/M) \quad (13)$$

这时太阳能集热器的效率等于零, 太阳能制冷系统的总性能系数和制冷率也都等于零。这表明当循环中的热阻太大时, 太阳能制冷系统没有应用的价值, 其中集热器的工作温度要靠近于 $T_0 (1 + 1/M)$ , 集热器的效率和制冷循环的制冷系数都很低。

对于实际的太阳能制冷系统, 热传递系数是有限的, 热阻的影响是不可避免的, 经典热力学的结论式(12)只不过确定了太阳能制冷系统集热器最佳工作温度的低限。而太阳能制冷系统集热器的最佳工作温度一般应介于 $T_0 \sqrt{1 + 1/M}$ 与 $T_0 (1 + 1/M)$ 之间, 即

$$T_0 (1 + 1/M) > T_{h,opt} > T_0 \sqrt{1 + 1/M} \quad (14)$$

它随制冷循环中热阻的不同而异。一般说来, 热阻大时 $T_{h,opt}$ 要高些, 而热阻小时 $T_{h,opt}$ 要低些, 但都不超出(14)式所表示的两个界限。这结果反映出 $T_{h,opt}$ 与制冷循环中的热阻紧密相关, 表明了有限时间热力学结论比经典热力学结论优越。