

内可逆三热源制冷循环*

严子浚

(厦门大学物理系)

关键词: 制冷, 循环。

内容提要: 对内可逆三热源制冷循环进行了探讨。指出它是在传热不可逆的条件下, 工作在三个热源间的最优制冷循环, 并导出其最佳制冷系数、最大制冷量等诸最优性能。同时阐明了这些结果的重要意义及其在实际中所起的作用。还讨论了内可逆三热源制冷循环与内可逆卡诺制冷循环之间的内在联系和相互区别, 以及把三热源循环视为一个二热源热机驱动一个二热源制冷机的等效联合系统的重要理论意义。

文献 [1] 曾对内可逆卡诺制冷循环作了简要的讨论和介绍。内可逆卡诺制冷循环是压缩式制冷机的一种理论循环模型。它考虑了制冷机中一个主要的不可逆因素—工质与热源之间的传热不可逆性。因而它比经典热力学中可逆卡诺制冷循环模型更为实际和有用, 可对它进行有限时间热力学的分析, 得出一些有关热阻影响的重要结论。

除了这类以功为代价的制冷循环外, 还有一类利用热代替功产生制冷效应的制冷循环。如喷射式制冷机、吸收式制冷机和化学热泵等都是。这类制冷设备是利用低温位热源 (如地下水、低温太阳热和余热等) 的一种有效技术手段。而内可逆三热源制冷循环是这类制冷设备的一种比可逆三热源制冷循环模型更为优越的理论循环模型, 也象内可逆卡诺制冷循环一样, 是有限时间热力学研究中的一种重要的理论循环模型。近年来, 由于能源的需求量日益增长, 节能问题日益突出, 三热源制冷设备的新技术有了很大的发展。因此, 内可逆三热源制冷循环的研究得到了重视。笔者曾做了些这方面的工作, 取得一些有意义的结论 [2-6]。显然, 继续这方面的研究很有必要, 对三热源制冷设备的开发和利用具有重要意义。

一、内可逆三热源制冷循环模型

内可逆三热源制冷循环也是考虑了制冷机中工质与热源之间传热的不可逆性这一主要不可逆因素的一种制冷循环模型。所以它是有别于可逆三热源制冷循环模型, 其制冷系数一般达不到可逆三热源制冷循环的制冷系数

$$\varepsilon_r = \frac{Q_L}{Q_H} = \frac{T_L}{T_0 - T_L} \cdot \frac{T_H - T_0}{T_H} \quad (1)$$

其中 T_H 、 T_L 和 T_0 分别为高温热源、制冷空间和环境的温度, 而 Q_H 和 Q_L 分别表示每循环从 T_H 和 T_L 热源所吸收的热量。内可逆三热源制冷循环满足以下三个条件:

1. 在这种循环中, 工质本身所经历的循环仍与可逆三热源制冷循环中工质所经历的循环一样。
2. 工质与热源之间存在热阻, 传热是在有限温差下进行。这样工质进行三个等温过程时,

* 1988年2月22日收到

其温度 T_1 、 T_2 和 T_3 不同于热源的温度，而有 $T_H > T_1$ 、 $T_L > T_2$ 和 $T_0 < T_3$ 。由于传热是在有限温差下进行，使得循环可在有限时间内完成。所以这样的循环可有制冷量。

3. 为了突出热阻的影响，除了考虑热传导的不可逆性外，其它不可逆效应暂时略去不计。

满足以上三个条件的制冷循环之所以称为内可逆三热源制冷循环，是因为工质内部所经历的循环仍视为是可逆的，而不可逆性只存在于工质与热源之间的传热部分。但也正因为存在这个传热的不可逆性，所以总的循环是一个不可逆的循环，不同于可逆三热源制冷循环。尽管这个模型还是相当理想化的，但它考虑了制冷循环中的一个主要的不可逆效应——传热的不可逆性，能产生非零的制冷量，而且它又保留了可逆循环模型所具有的既简单又清晰的优点。既能反映实际过程的某些普遍性质（热阻的影响），又不会使物理内容弄得模糊不清，计算过于复杂，以至难于进行。所以它比可逆三热源制冷循环模型更为优越。建立这种理想化模型是有限时间热力学研究的中心问题〔7〕。随着有限时间热力学研究的不断深入，必将会有更多更完善的这类理想化模型相继地出现。它对低温技术的进展具有重要意义。

既然内可逆循环考虑了传热的不可逆性，所以它的性能还与热传导的规律有关。在低温工程中，最常用的热传导规律是牛顿定律，即有

$$Q_H = \alpha (T_H - T_1) t_1; \quad Q_L = \alpha (T_L - T_2) t_2; \quad Q_0 = \alpha (T_3 - T_0) t_3 \quad (2)$$

其中 Q_0 为每一循环放给环境的热量； t_1 、 t_2 和 t_3 分别为循环中作稳定流动的工质各部分与 T_H 、 T_L 和 T_0 热源接触传热的的时间； α 为热传递系数，并为了简单起见，已假定工质与三个热源间的热传递系数为同一个常数。此外，为了突出热阻的存在对制冷机性能的影响，而绝热过程无热交换，不受热阻影响，故可认为绝热过程进行得比较快，所费的时间与等温过程相比可以忽略。于是循环的周期可近似表示为

$$\tau = t_1 + t_2 + t_3 \quad (3)$$

二、内可逆三热源制冷循环的最佳 制冷系数与制冷量间的关系

内可逆三热源制冷循环的最佳制冷系数不仅与热源的温度有关，而且还与制冷量的大小以及热传导系数等因素有关。这与可逆三热源制冷循环的制冷系数 ϵ 仅是热源温度的函数是不同的。现在要求出这个最佳制冷系数。

根据热力学第一定律，对每一循环有

$$Q_H + Q_L - Q_0 = 0 \quad (4)$$

再根据热力学第二定律，并注意到循环是内可逆的，则每循环工质的熵变为

$$\Delta S = \frac{Q_H}{T_1} + \frac{Q_L}{T_2} - \frac{Q_0}{T_3} = 0 \quad (5)$$

由(4)和(5)式可得所循环的制冷系数为

$$\epsilon = \frac{Q_L}{Q_H} = \frac{T_2}{T_3 - T_2} \cdot \frac{T_1 - T_3}{T_1} \quad (6)$$

$$\frac{Q_0}{Q_L} = \frac{Q_L + Q_H}{Q_L} = 1 + \epsilon^{-1} \quad (7)$$

另一方面,由(2)、(3)、(6)和(7)式可得循环的制冷量为

$$R = \frac{Q_L}{\tau} = \frac{\alpha (T_L - T_2)}{1 + t_1/t_2 + t_3/t_2}$$

$$= \alpha \left(\frac{1}{T_L - T_2} + \frac{Q_H}{Q_L} \frac{1}{T_H - T_1} + \frac{Q_0}{Q_L} \frac{1}{T_3 - T_0} \right)^{-1} \quad (8)$$

为了求出最佳制冷系数与制冷量间的关系,需在R保持不变的条件下求极值。即从(8)式求 ϵ 对 T_1 和 T_3 的偏导数。令这两组偏导数为零,从中解出 T_1 和后 T_3 后代入(8)式就可以求得内可逆三热源制冷循环的最佳制冷系数 ϵ 与制冷量R间的关系为

$$R = \frac{\alpha}{4} \left(\frac{T_H}{\epsilon^{-1} + T_H/T_L} - \frac{T_0}{1 + \epsilon^{-1}} \right) \quad (9)$$

由于上述两组极值条件相当,所以(9)式同时又表示了循环的最大制冷量与制冷系数间的关系。

(9)式是内可逆三热源制冷循环的一个很有用的基本优化公式,由它不仅能确定在给定的 T_H 、 T_L 、 T_0 、 α 和 ϵ 下循环的最大制冷量,或在给定的 T_H 、 T_L 、 T_0 、 ϵ 和R下循环的最佳制冷系数,而且可应用它讨论内可逆三热源制冷循环的其它各种优化性能。

三、内可逆三热源制冷循环的各种优化性能

1.由(9)式可清楚的看到,内可逆三热源制冷循环的最佳制冷系数 ϵ 都不可能大于可逆三热源制冷循环的制冷系数 ϵ_r ,而且只有当制冷量 $R = 0$ 时才有可能等于 ϵ_r 。这表明了实际制冷机要牺牲一部分制冷系数才能取得一定的制冷量。而可逆热力学界限 ϵ_r 虽有重要理论意义,但对实际制冷机的指导意义并不很大。

2.当 $\epsilon < \epsilon_r$ 时,内可逆三热源制冷循环不仅有制冷量,而且有个最大的制冷量,这是它的一个重要特性。由(9)式,通过求极值的运算不难求得,当

$$\epsilon = \left(1 - \sqrt{\frac{T_0}{T_H}} \right) \frac{T_L}{\sqrt{T_H T_0} - T_L} = \epsilon_m \quad (10)$$

时,制冷量达最大值

$$R_{\max} = \frac{\alpha}{4} (\sqrt{T_H} - \sqrt{T_0})^2 \frac{T_L}{T_H - T_L} \quad (11)$$

R_{\max} 和 ϵ_m 是关于三热源制冷循环的两个重要性能参数,正如柯曾(Curzon)和阿尔博恩(Ahlborn)所导出的关于内可逆卡诺循环的两个重要性能参数—最大输出功率 P_{\max} 和最大功率时的效率 η_n (即著名的CA效率)一样(8),有助于对循环性能的进一步了解。参数 ϵ_m 的重要意义不仅是给出了三热源制冷机在最大制冷量时所能达到的最高制冷系数界限,而更重要的是它指出了三热源制冷机单纯在传热不可逆的情况下工作时,虽然制冷系数总是低于 ϵ_r ,但低于 ϵ_m 是不合理的。换句话说,内可逆三热源制冷机的制冷系数应介于 ϵ_m 和 ϵ_r 之间,否则是不合理的。当然,还存在其它不可逆效应时,制冷系数低于 ϵ_m 是允许的。

此外, ϵ_m 与实际三热源制冷机的制冷系数较为接近,很值得我们注意。例如,一个太

太阳能制冷机,若 $T_H = 120^\circ\text{C}$, $T^\circ = 40^\circ\text{C}$, $T_L = 15^\circ\text{C}$, 则由(10)式计算出的制冷系数 ϵ_m 为0.494, 而实际的制冷系数约为0.5~0.6⁽⁹⁾。然而这时由(1)式计算的 ϵ_r 为2.35。这清楚地说明了有限时间热力学界限比起经典热力学界限对实际更有指导意义和参考价值。

3. (9) 由式尚可看出, 当 ϵ 大于 ϵ_m 时, 三热源制冷机的制冷系数与制冷量是矛盾的, 必须两者兼顾。但一般应侧重考虑制冷系数, 再适当兼顾制冷量。(9)式给制冷量的适当选择提供了一个理论根据。应用时可按实际需要, 根据(9)式选择适当的制冷量和制冷系数, 以便使制冷机运转于最优工作状态。

4. 由(10)式与(1)式比较可知, ϵ 总是小于 $\epsilon_r/2$ 。而当 $T_H \gg T_0$ 时则 ϵ_m 要比 ϵ_r 小得多。这就是说, 内可逆三热源制冷机工作在最大制冷量时制冷系数是很小的, 特别当时则更小。这进一步说明了内可逆三热源制冷机的制冷量不宜选择过大, 否则制冷系数太小, 不利于能源的合理利用。另一方面, ϵ 与 ϵ_r 差别较大表明了内可逆三热源制冷机的最佳工作状态选择有较宽的范围。这便于根据实际需要综合考虑各种因素进行优化选择。

5. 由内可逆卡诺制冷机的制冷系数 $\epsilon_c = T_L / (T_0 - T_L)$ 与(10)式比较可知, ϵ_m 总是小于 $\frac{1}{4}\epsilon_c$, 而且一般要小得多, 仅是在 $T_0 \gg T_L$ 的情况下(例如氦温度制冷机, $T_L = 4\text{K}$, $T_0 = 300\text{K}$, 就属于这种情况)才可能接近于 $\epsilon_r/4$ 。这再次说明了由于热阻的存在, 要使三热源制冷机的制冷量达到最大值时, 需要付出较高的代价。所以三热源制冷机的制冷量一般不宜过大。

四、内可逆三热源制冷循环与内可逆卡诺制冷循环的内在联系

上已指出, 内可逆三热源制冷循环与内可逆卡诺制冷循环是两种不同形式的制冷循环。后者是以功为代价来产生制冷效应, 而前者是以热代替功来产生制冷效应。由于热能的能级比功的能级低, 所以总的说来内可逆三热源制冷循环的最优性能不如内可逆卡诺制冷循环的最优性能。但也正因为热能的能级比较低, 所以利用它来制冷是很有意义的⁽¹⁰⁾。最近获国家发明专利的湖南大学李定宇研制成功的一种于用电的多功能冰箱就是这方面的一个具体例子。

虽然这两种制冷循环形式不同, 但两者之间存在内在的联系。首先, 当 $T_H \rightarrow \infty$ 时, (9)式可写成

$$R = \frac{\alpha}{4} \left(T_L - \frac{T_0 \epsilon}{1 + \epsilon} \right) \text{ 或 } \epsilon = \left(\frac{T_0}{T_L - 4R/\alpha} - 1 \right)^{-1} \quad (12)$$

(12)式是内可逆卡诺制冷循环的最佳制冷系数 ϵ 与制冷量 R 间的关系⁽¹¹⁾。这不难理解。因为由 $T \rightarrow \infty$ 的热源热提供量这当于由功源做功, 所以这时内可逆三热源制冷循环就转化为内可逆卡诺制冷循环。

其次, 工作于 T_H 、 T_L 和 T_0 温度间的内可逆三热源制冷循环可视为一个工作于 T_H 和 T_0 温度间的内可逆卡诺循环驱动一个工作于 T_L 和 T_0 温度间的内可逆卡诺制冷循环的联合系统⁽⁵⁾。事实上, 只要将(9)式写成

$$\varepsilon = \frac{T_L}{T_0 + \frac{4R}{\alpha} (1 + \varepsilon^{-1}) - T_L} \cdot \frac{T_H - T_0 - \frac{4R}{\alpha} (1 + \varepsilon^{-1})}{T_H} \quad (13)$$

再引进等效温度 $T_0^* = T_0 + \frac{4R}{\alpha} (1 + \varepsilon^{-1})$ 将 (13) 式写成

$$\varepsilon = \frac{T_L}{T_0^* - T_L} \cdot \frac{T_H - T_0^*}{T_H} \quad (14)$$

即可证实这个结论。因 (14) 式中的 $T_L / (T_0^* - T_L)$ 正好是工作于 T_L 和 T_0 温度间的内可逆卡诺制冷循环的制冷系数，而 $(T_H - T_0^*) / T_H$ 正好是工作于 T_H 和 T_0 温度间的内可逆卡诺循环的效率。这正如工作于 T_H 、 T_L 和 T_0 温度间的可逆三热源制冷循环一样，根据 (1) 式，可将它看成是一个工作于 T_H 和 T_0 温度间的可逆卡诺循环驱动一个工作于 T_L 和 T_0 温度间的可逆卡诺制冷循环的联合系统 (10)。

此外，(11) 式中的 $\alpha (\sqrt{T_H} - \sqrt{T_0})^2 / 4$ 正好是工作于 T_H 和 T_0 温度间的内可逆卡诺循环的最大输出功率 (8)，而 $T_L / (T_H - T_L)$ 正好是工作于 T_L 和 T_H 温度间的内可逆卡诺制冷循环的制冷系数。这表明了工作于 T_H 、 T_L 和 T_0 温度间的内可逆三热源制冷循环，也可看成是一个工作于 T_H 和 T_0 温度间的内可逆卡诺循环驱动一个工作于 T_L 和 T_H 温度间的可逆卡诺制冷循环的联合系统。由此清楚地看到，内可逆三热源制冷循环存在 R_{\max} 和 ε_m 这两个重要性能参数，正是由于其中的内可逆卡诺循环存在 P_{\max} 和 η_L 的缘故。

综上所述，内可逆三热源制冷循环类似于可逆三热源制冷循环，可视为一个二热源热机驱动一个二热源制冷机的联合系统。而研究这种等效联合系统，将可深入揭示三热源循环与二热源循环之间的内在联系，并可将三热源循环转化为二热源循环来处理，使问题得到简化。这将有助于对三热源循环性能的进一步了解和建立三热源循环的有限时间热力学理论。

内可逆三热源制冷循环还有其它一些重要特性。例如，由 (9) 式尚可确定内可逆三热源制冷循环在给定制冷量下存在一个最小的不可逆损失等等。本文不再赘述。但最后值得指出，内可逆三热源制冷循环是一类工作于三个热源间的制冷循环，在传热不可逆条件下的最优制冷循环。即在给定的制冷量下，由它可得最高制冷系数。内可逆三热源制冷循环的重要意义就在于它是这样一个最优的制冷循环。

参 考 文 献

- (1) 严子浚, 真空与低温, 5 2 (1986) 36
- (2) 严子浚等, 科学通报, 31 (1986) 798
- (3) 严子浚等, 低温工程, 4 (1986) 18
- (4) 陈苏煌等, 制冷学报, 4 (1986) 12
- (5) 严子浚等, 太阳能学报, 8 (1987) 148
- (6) 严子浚等, 科学通报, 32 (1978) 1280
- (7) 陈丽璇等, 自然杂志, 10 (1987) 825
- (8) Curzon F.L. et al. Am. J. Phys., 43 (1975) 22
- (9) Mashington R.D., Chem. Eng. News, 58 NO.42 36 (1980)
- (10) Huang F.F., Engineer Thermodynamics Fundamentals and Applications, (1976) 332
- (11) 严子浚, 物理, 13 (1984) 768