# 基于热声理论对 $G^-M$ 制冷机的热力分析<sup>\*</sup>

## 李自成,罗吉友

(核工业西南物理研究院,四川成都 610041)

摘要:为了解释低温下制冷功率与膨胀功的非比例关系而从热声理论出发,对 G-M 制冷机进行了热力分析,阐明了膨胀功和制冷功率的关系及与极限制冷温度相关的因素。

关键词:热声理论;膨胀功;制冷功率

**中图分类号**:0426.6;0482.2<sup>+3</sup> **文献标识码**:A **文章编号**:1006-7086(2001)03-0154-04

# THERMODYNAMIC ANALYSIS ON GIFFORD—MCMAHON CRYOCOOLER BASED ON THERMOACOUSTIC THEORY

#### LI Zi-cheng, LUO Ji-you

#### (Southwestern Institute of Physics, Nuclear Industry Ministry, Chengdu 610041, China)

Abstract: The thermodynamic aspects are analyzed based on thermoacoustic theory. In the conclusion, the relationship between the expansion work and cooling power, the relative factors for lowest temperature are described. Key words thermoacoustic theory; expansion work; cooling power.

## 1 引 言

最初人们对 G-M 制冷机的热力分析计算主要采用整个制冷系统的热平衡计算法和变工质量系统 分析计算法等方法。这些方法虽然能粗略地计算出膨胀功,但却无法计算低温下的制冷功率。在低温下 制冷功率与膨胀功不再是简单的比例关系,而且还出现膨胀功增加而制冷功率无明显变化的现象。尤其 是后来出现了脉管式制冷机,传统的热力学分析法已无法很好地解释其制冷现象,使得人们不得不考虑 从传统的对流换热观点转变为动力学观点,从而逐步发展了热声理论。而热声理论的出现,使得对 G-M 制冷机的热力分析得到了进一步的深入。

热声理论是最近 30 年发展起来的理论,它采用流体动力学方法研究热交换过程。热声理论最初由 Rott 提出,用于解释 Taconics 的热声震荡现象。1995 年 Tominaga<sup>[1]</sup>提出了较为完整的基于热声理论的 热力学概念,详细讨论了与流程壁热接触的振荡流体所诱发的热流。这里从分析该热流出发,分析 G-M 制冷机膨胀功和制冷功率的关系及与极限制冷温度相关的因素。

## 2 G<sup>-M</sup>制冷机的压力振荡和位移振荡及其相位角

现以 G-M 制冷机的二级膨胀腔作为研究对象,由于排出器上下移动是由以角速度 ω旋转的偏心 轮带动,其体积可简单表示为

$$V = V_0 + V_{1\cos} (\omega t) \tag{1}$$

式中  $V_0$ 为对时间平均的容积;  $V_1$ 为容积振荡的振幅(与位移振荡振幅成线性比例)。对于压力, p = t 波形接近于矩形波,通过傅里叶转换算法(FFT)分解为<sup>[2]</sup>

#### \* 收稿日期:2001-04-10

作者简介:李自成(1970一),男,四川省资阳市人,硕士,从事低温冷凝吸附泵的研究。

$$p = p_0 + \sum_{n=1}^{\infty} p_n \cos \left( n \omega_t + \pi - \theta_n \right)$$
<sup>(2)</sup>

写成振荡式为

$$v_1 = V_{1} \cos \left( \omega_t \right) \tag{3}$$

$$p_n = P_n \cos \left( n \omega_t + \pi - \theta_n \right) \tag{4}$$

式中  $p_0$  为对时间平均的压力;  $p_n$  是基波(n=1)或相应次谐波(n>1)的压力振荡的振幅;  $\theta_n$  为振荡量  $p_n 和 v_1$ 之间的相位角。当  $\theta_n = \frac{\pi}{2}$ 时相应次谐波对膨胀功的贡献最大,而当  $\theta_n = 0$ 时,对膨胀功贡献最 小。从以下的分析会看到,  $\theta_n$  对获得较低的极限制冷温度有一定的影响。

## 3 G-M制冷机回热器的热力分析

G一M 制冷机的回热器是热能交换的关键部件,对制冷机的性能有决定性的影响,因而应深入分析 回热器。流体在回热器中的振荡运动可近似看成流体在窄道或在多孔介质中运动。 3.1 热传导方程

对热传导基本方程进行线性化后, 熵振荡满足下述方程[1]

$$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \frac{k}{\rho_m T_m} \nabla^2 / (T - \zeta \nabla T_m) + \frac{k}{\rho_m T_m} \nabla^2 T_m$$
(5)

式中  $\rho_m$ 、 $T_m$ 分别为流体的平均密度和平均温度; k为流体的热传导系数;  $T = \zeta \nabla T_m$ 为温度振荡, 对于稳定振荡,最后一项为<sup>0</sup>。而第一项中的 $\nabla^2(T = \zeta \nabla T_m)$ 主要为横向梯度,纵向予以忽略。因而有

$$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \frac{k}{\rho_m T_m} \nabla^2_{\perp} (T - \zeta \nabla T_m)$$
(6)

式中  $\nabla_{\perp}^{2} = \frac{\partial^{2}}{\partial_{r}^{2}}$ 。对于振荡温度 *T* 可用振荡量 *p* 和 *S* 表示为

$$= \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_{s} p + \left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_{p} S$$
<sup>(7)</sup>

由于同一截面上压力一致,  $\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_{s}$  为 0, 因而有  $\nabla^{2}_{\perp}(T-\zeta \nabla T_{m}) = \left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_{p} \nabla^{2}_{\perp}(S-\zeta \nabla S_{m})$ 

故热传导的基本方程可写为

$$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \alpha \nabla_{\perp}^{2} (S - \zeta \nabla S_{m}) \tag{8}$$

式中  $\alpha = k / \rho_m C_p$  为流体的热扩散系数。

3.2 回热器流体的熵振荡

1) 热传导基本方程的解

对于黏性流体,通道截面上的振荡位移不一致,可表示为

$$\zeta = \frac{1 - f_v}{1 - X_v} \langle \zeta \rangle , \qquad (9)$$

式中  $f_v$  是横向位置的局域函数,它是与振荡速度横向分布有关的量;  $X_v \rightleftharpoons f_v$ ,  $\mathcal{E}_f_v$  在横向位置上的 平均值;  $\langle \rangle$ ,表示相应量在横向位置的平均值。故方程(8)的解即熵振荡可表示为

$$S = F_{s}f_{a}S_{T} + \frac{Bf_{a} - f_{v}}{1 - \sigma} \frac{\langle S_{p} \rangle_{r}}{1 - X_{v}}$$

$$\tag{10}$$

式中 等温熵振荡  $S_T = \left[\frac{\partial S}{\partial p}\right]_T p$ ;等压熵振荡  $S_p = \zeta \nabla S_m = \left[\frac{\partial S}{\partial T}\right]_p \zeta \nabla T_m$ ;  $F_s$ 和 B 为常数,  $F_s$  是与壁的 热容效应有关的量;  $f_a$  是与熵振荡横向分布有关的量;  $\sigma$  为 prandtl 数, 其值为动力黏性系数 v 与热扩散 系数  $\alpha$  的比值。等式(10)意味着熵振荡为等温熵振荡和等压熵振荡的线性组合<sup>[3]</sup>。

2) 常量 F<sub>s</sub> 的表达式

由于  $f_{\alpha}(r_0) = 1, f_v(r_0) = 1,$  从式(10)可以得到

$$S(r_0) = F_s S_r + \frac{B - \chi S_p \gamma_r}{(1 - \sigma)(1 - X_v)}$$

$$\tag{11}$$

$$\langle S \rangle_{r} = F_{s} X_{a} S_{T} + \frac{B X_{a} - X_{v} \langle S_{p} \rangle_{r}}{(1 - \sigma)(1 - X_{v})}$$
(12)

式中  $X_a = \langle f_a \rangle_{r_o}$  而

$$T(r_0) = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_s p + \left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_p S(r_0) = (1 - F_s) \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_s p + \frac{B - 1}{1 - \sigma} \left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_p \frac{\langle Sp \rangle_r}{1 - X_v}$$
(13)

由熵平衡式

由此可得

$$\langle S \rangle r + \frac{C_E}{T_m} T(r_0) = 0 \tag{14}$$

式中 C<sub>E</sub> 为流体通道壁的比热容。得

$$\left[(1+\epsilon X_a)F_s-1\right]S_T+\frac{(1+\epsilon X_a)B-(1+\epsilon X_v)}{(1-\sigma)(1-X_v)}\langle S_p\rangle_r=0$$

式中  $\epsilon = C_p / C_E$ ,  $C_p$  为流体的定压比热容。

由于 S<sub>T</sub> 和 S<sub>p</sub>>, 是相当独立的量,正式成立须有

$$(1 - \varepsilon X_a) F_s - 1 = 0, (1 + \varepsilon X_a) B - (1 + \varepsilon X_a) = 0$$

$$B = \frac{1 + \epsilon X_v}{1 + \epsilon X_a} = (1 + \epsilon X_v) F_s$$
<sup>(15)</sup>

$$F_s = \frac{1}{1 + \epsilon X_a} \tag{16}$$

3.3 作为 p 和 5 和函数的热流量

G-M 制冷机的制冷性能取决于回热器中流体的泵热量,其值与泵熵流有关,通过下式可表为

$$Q \equiv \Pr_m T_m \langle \langle S \cdot u \rangle_t \rangle$$

式中 〈〉 t 为相应量的时间平均值。由式(10)可得

$$Q = Q_{\text{prog}} + Q_{\text{stand}} + Q_{\text{loss}}$$

$$Q_{\text{prog}} \equiv -\beta T_m \text{Re} \{ F_{sg} \} \langle p \prec w \rangle_{r}$$

$$Q_{\text{stand}} = -\beta T_m \text{Im} \{ F_{sg} \} \omega \langle p \prec \S \rangle_{t}$$

$$Q_{\text{loss}} = \rho_m C_p T_m \text{Im} \{ g_{\text{D}} \} \frac{\omega [\langle \varsigma \cdot \S \rangle_r]_t \nabla T_m}{T}$$

$$(17)$$

式中 <sup>β</sup>是流体等压热膨胀系数;  $g \ \pi g_{\text{D}}$ 的表 达式可参阅文献[3],其值主要与  $\omega \tau_{\alpha}$ 的值有 关;  $\omega$  为排出器振荡频率;  $\tau_{\alpha}$  为热驰豫时间,可 表示为  $\tau_{\alpha} = \frac{r_{0}^{2}}{2_{\alpha}}$ 

式中 r<sub>0</sub>为水粒半径; α为热扩散系数。

对于 G-M 制冷机回热器可简化为流体与 柱面之间的热变换,  $g 和 g_{\rm D} 与 \omega \tau_{\alpha}$ 的函数关系 如图 1、图 2。从式(17)可以看出, 热流分为三 部分:  $Q_{\rm prog}$ 为热流的输运部分;  $Q_{\rm stand}$ 为热流驻 留部分;  $Q_{\rm loss}$ 为热端到冷端的热流部分。它们





分别由压力振荡和位移振荡引起,其中  $Q_{\text{prog}}$ 为负值,即与  $p \leftarrow w \rightarrow \iota$ 功流相反,在制冷中起着主要作用。  $Q_{\text{stand}}$ 的作用,取决于  $p \leftarrow \S \rightarrow \iota$ 的符号。后者为正时,该部分作用为制冷换失,为负时起着制冷作用。  $Q_{\text{loss}}$ 总为正值,为制冷损失。

## 4 G<sup>--</sup>M制冷机膨胀功和制冷功率的关系

热流中起着主要制冷作用的  $Q_{\text{prog}}$ ,其值 大小取决于  $F_{sg}$ 、 $\beta T_m$  及膨胀功  $p < \omega_{\rho_{10}}$ 。 膨胀功和制冷功率的关系并非线性关系,尤 其在温度很低时  $\text{Re} \{F_{sg}\}$ 、 $\beta T_m$  值急剧下 降。这主要是由于低温下填料的比热容  $C_E$ 大大减小,  $F_s = 1/[1+(Cp/C_E)X_v]$ 的值发 生了大幅度的变化,对于 G - M 制冷机  $F_s$ 和 $\beta T_m$  随温度的变化曲线如图 3、图 4 所 示<sup>[4]</sup>(以平均压力为 1.2×10<sup>5</sup> Pa 的 He 气 工质为例)。在低温下,膨胀功  $p < \omega r > t$ 不再是影响制冷功率的关键因素,而主要受 制于  $F_s$ 和 $\beta T_m$ 。 $\beta T_m$  是与工质种类和平均 工作压力及温度有关的量,对于以氦气为固



图 2  $g_D$  虚部数值与  $\omega \tau_{\alpha}$  的对应关系 曲线 1 的  $\sigma = 2/3, \tau = 10;$  曲线 2 的  $\sigma = 2/3, \tau = 1;$  曲线 3 的  $\sigma = 2/3, \tau = 0;$  曲线 4 的  $\sigma = 2, \tau = 0;$  曲线 5 的  $\sigma = 0.99, \tau = 0_{\circ}$ 

定工质并且进排气压力一定的制冷机,在某一温度的制冷功率则主要取决于 F<sub>s</sub>。由此可以得出结论:温度极高时,制冷功率接近于膨胀功,而在温度极低时,虽然膨胀功不变而制冷功率却急剧下降。



图 3 Er<sub>3</sub>Ni, NdAg 和 Pb 的 F<sub>s</sub> 温度变化曲线



## 5 G<sup>--</sup>M制冷机极限温度的相关因素

(1)在低温时,  $F_s$  是获取低温的关键因素, 若在低温下满足  $C_p >> C_E$ , 则能获得较好的制冷效果, 因而必须选择在低温下能有较大比热容的材料, 目前国外国内在此方面已取得了较大的进展。

(2)热流 Q 的表达式(17)中的  $Q_{\text{stand}}$ 项可正可负,因而振荡量  $p \cdot v$  相位角的选择也影响着制冷效 果,若相位角能使  $p \prec \S_{t}$  为负时,  $Q_{\text{stand}}$ 项起着制冷作用。在工作温度较高时,  $Q_{\text{prog}}$ 值较大,  $Q_{\text{stand}}$ 的制冷作用不明显。当工作温度较低时,热扩散系数 α 值减小,  $\omega T_{\alpha}$  值增大,  $Q_{\text{stand}}$ 的制冷作用开始表现出来。在某一工作温度下,通过调节  $p \cdot v$  的相位角,可以使  $Q_{\text{prog}}$ 和  $Q_{\text{stand}}$ 之和达到最大值,从而在低温下 取得较好的制冷效果。另外在  $\omega \tau_{\alpha}$  大于一定的数值时  $Q_{\text{prog}}$ 和  $Q_{\text{stand}}$ 值都降低,  $\omega \tau_{\alpha}$ 越大,制冷效果越差,因而可通过适当降低振荡频率的办法使  $\omega \tau_{\alpha}$ 降下来,从而获得较好的制冷效果<sup>[5]</sup>。

(3) 热流 Q 的表达式(15)的第三项  $Q_{loss}$ 总是负值,是热流中的冷损失,要减小该项,可以选择合适的振荡频率,减小 $\nabla T_m$ 。

## 6 结 论

综上所述,制冷功率与膨胀功不是直接的线性关系,可获得的极限温度取决于填充材料的比热容,同 (下转第167页)

- [2] 韩军,潘雁频,陆燕,等. 多元红外三通道辐射制冷器研究[J].真空与低温,2000,3(6):138.
- [3] 陆燕.太阳同步轨道辐射制冷器的优化设计[J].真空与低温,1998,3(4):166.
- [4] 朱建炳,潘雁频.星载辐射制冷器支撑带系统设计[J].低温工程,2000,2(114):22.
- [5] 陆燕. 近极太阳同步轨道抛物面辐射制冷器的理论研究[J]. 低温工程, 1999, 4(110), 22.
- [6] 徐红艳.蒙特卡罗方法在空间辐射制冷器理论分析及热设计计算中的应用[J].真空与低温,1997,3(4):166.
- [7] 达道安·空间低温技术[M]·北京:宇航出版社,1991,8:36~41,72~74.
- [8] 杨春江.模拟冷背景温度及黑度对 FLW-1 辐冷器二级的影响 [J].低温工程, 1986, 4.
- [9] 朱建炳, 王根生. 空间低温热管的设计与实验研究[J]. 真空与低温, 2000, 2(6):91.

#### (上接第157页)

时还与振荡量  $p \cdot v$  的相位角和角频率有关。采用增加回热器长度等方式降低 $\nabla T_m$ ,使冷损失降低,这有利于获得更低的极限温度。以上分析主要是理论分析,而实际 G<sup>---</sup>M 制冷机的性能还与其它多种因素有关,提高制冷机的性能还必须考虑减小其它各种制冷损失。

#### 参考文献:

- [1] TOMINAGA A. Thermodynamic aspects of the thermoascoustic theory [J]. Cryogenics, 1995, 35:427.
- [2] SUNAHARA S, BIWA T, MIZUTANI U. Optimization of the phase angle between scillating pressure and displacement in a Gifford—McMahon refrigerater[C]. Proceedings of Sixth Sino-Japanese Seminar on Cryocooler and its Application, 2000: 119~124.
- [3] 郭方中,邓晓辉.回热器工作的热声原理[J].低温工程,1995(2):1~7.
- [4] BIWA T.SUNHARA S.IKUTA H. et al. Relationship between the temperature dependent specific heat of regenerator materials and performance of a Gifford — McMahon refrigerater [C]. Proceedings of Sixth Sino-Japanese Seminar on Cryocooler and its Application, 2000, 131~136.
- [5] 郑德娟·回热器中的热声动力学[C]·北京:第八界全国低温制冷机学术交流会论文集,1993,226~229.

#### (上接第163页)

#### 参考文献:

- [1] 滕毅,王如竹.固体吸附式制冷技术的概况及进展[J].上海交通大学学报,1998(4):109~113.
- [2] 严爱珍,鲍书林. 沸石分子筛吸附式制冷[J]. 制冷学报, 1983, (1): 32~37.
- [3] 张辉, 滕毅, 王如竹, 吸附式制冷系统传热传质的简化分析及吸附床的设计[J], 低温工程, 1995, (6): 43~47.
- [4] CACCIOLA G, RESTUCCIA G. Progress on adsorption heat pumps[J]. Head Recovery Systems & CHP, 1994, 14(4):  $409 \sim 420$ .
- [5] ANTEROITTOMAKI, MARTTI, HARKONEN. Internal regeneration of the adsorption process [C]. Proceedings of the Symposium Solid Sorption Refrigeration, Paris, France, 1992, I: 77~84.
- [6] HAJJI A, WOREK W M. Simulation of a regenerative, closed-cycle adsorption cooling/heating system [J]. Energy, 1991, 16 (3):643~654.
- [7] KAREGIONAS M. MEUNIER F. RIOSJ. Study of solid adsorption heat pump connected with external heat reservoirs of finite capacity:case study of the zeolite-water pair[C]. In Absorption Heat Pump Congress, Pairs, 1985. 20~22.
- [8] WANG R-Z, TENG Y, WU J-Y. A continuous heat regenerative adsorption refrigerator using spiral plate heat exchanger as adsorbers[C]. Proceedings of Absorption Heat Pump Conference, Montreal, Canada, 1996, 587~594.